OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA
18.02.2012
Clasa a VIII-a

Subiectul I

a) Demonstrati ca $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}}+\frac{\sqrt{7}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}>6$;

b) Calculati produsul numerelor x si y stiind ca $x^2+4y^2+4y-4x\sqrt{2}+9=0$

Subiectul II

Să se demonstreze că $n^3+n^2+2n\geq 4\sqrt{n}\left(1+\sqrt{2}+...+\sqrt{n}\right)$, oricare ar fi $n\in N^*$.

Subiectul III

Fie *ABCDA'B'C'D'* un cub cu muchia *a* şi *M, N, P* mijloacelor muchiilor *AB, BC, CC'* . Dacă $d=(MNP)\cap(A'B'C')$, aflați distanța de la *B* la *d*.

Subiectul IV

Se considera un dreptunghi ABCD cu AB=2 si BC=$\sqrt{3}$.Punctul M apartine laturii AD astfel ca MD = $2\cdot AM$ si punctul N este mijlocul segmentului [AB]. Pe planul dreptunghiului se ridica perpendiculara MP si alegem punctul Q pe segmentul MP astfel incat masura unghiului planelor (MPC) si (NPC) sa fie de 45^0, iar masura unghiului planelor (MPC) si (QNC) sa fie de 60^0.

a) Sa se arate ca dreptele DN si CM sunt perpendiculare;

b) Aflati lungimile segmentelor PM, respectiv QM.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se evaluează cu 7 puncte.
Timp de lucru 3 ore.

Probleme propuse şi selectate de prof. Gînța Florica, prof. Kovacs Orsolya, prof. Serban Stefan